STAGE DE

PRÉ-RENTRÉE (SPR)

Matière : Physique

Correction : Mécanique

Date du cours : 01/09/2021

SORBONNE UNIVERSITÉ
CRÉATEURS DE FUTURS DEPUIS 1257

Une présentation du
Tutorat Santé PSA

Correction des QCMs de mécanique

Exercice 2

Question 1

Ouais cherchez pas ; l'exo 1 il est plus loin 💀

On s'intéresse ici à un saut en parachute d'un homme de 55 kg. Il se déroule schématiquement en 3 phases :

1. Une phase d'accélération rectiligne constante : on considérera que le parachutiste chute verticalement et n'est soumis qu'à son propre poids et que les frottements n'interviennent pas *(il s'agit donc de chute libre)*. Cette phase se déroule du saut depuis l'avion avec une vitesse nulle et à une altitude de $4000\ m$ jusqu'à atteindre une vitesse limite de $200\ km/h$

2. Une phase de mouvement rectiligne uniforme sans parachute : une fois que la vitesse limite est atteinte a la phase 1, les frottements entrent en jeu et le parachutiste qui continue de descendre verticalement conserve sa vitesse limite de $200\ km/h$

3. Une phase de mouvement rectiligne uniforme après avoir déployé son parachute : une fois arrivé à une altitude de 1000 m, le parachute est ouvert et la descente se fait à une vitesse constante de $30\ km/h$, avec cette fois-ci une angle de 30° par-rapport à l'horizontale *(la chute n'est plus tout à fait verticale, et on négligera le temps nécessaire à la décélération pour passer de* 200 *à* $30\ km/h$*)*

Exercice 2 Question 1

QCS1.

A quelle hauteur h le parachutiste atteint-il sa vitesse limite (fin de la phase 1) ? *Arrondir à la dizaine de mètres.*

A. $h = 2760\ m$

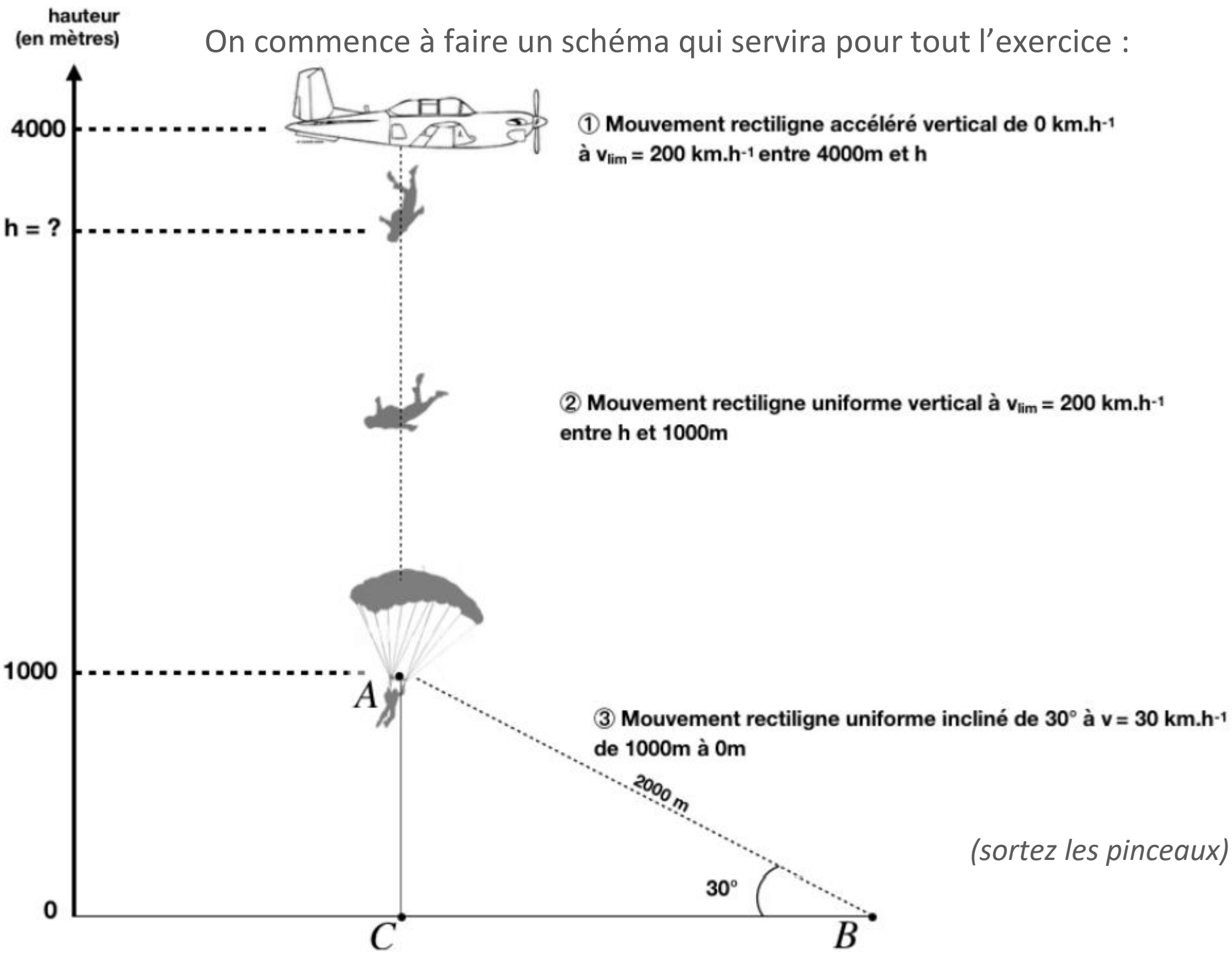
B. $h = 2890\ m$

C. $h = 3430\ m$

D. $h = 3550\ m$

E. $h = 3840\ m$

On commence à faire un schéma qui servira pour tout l'exercice :



(sortez les pinceaux)

Exercice 2 Question 1

D'après l'énoncé :

— On est en situation de chute libre (corps qui accélère en tombant, en étant seulement soumis à son poids et pas au frottements). **On pourra donc utiliser les équations du cours qui donnent l'accélération, la vitesse, la position**

— On sait que la vitesse limite vaut 200 $km.h^{-1} = \frac{200}{3,6}\ m.s^{-1} \approx 55,56\ m.s^{-1}$

A partir de ces éléments, on peut calculer le temps t au bout duquel on atteint la vitesse maximale :

$$v_y(t) = -gt - v_0$$

avec $v_0 = 0$ $v_y = -55,56\ m.s^{-1}$ **car l'accélération est dirigée vers le bas, donc ses coordonnées en ordonnées sont négatives !**. Donc :

$$-55,56 = -9,8 \times t - 0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-55,56}{-9,8}$$

$$\Leftrightarrow t \approx 5,67\ s$$

Exercice 2 Question 1

On peut à présent calculer l'altitude à laquelle le parachutiste se trouve à 5,67 secondes avec l'équation horaire, à partir d'une hauteur initiale de $h = 4000\ m$:

$$\begin{aligned} z(t) &= -\frac{1}{2}gt^2 - v_0 t + h \\ &= -0,5 \times 9,8 \times 5,67^2 - 0 + 4000 \\ &\approx 3842\ m \end{aligned}$$

En arrondissant à la dizaine (cf énoncé), on trouve une hauteur de $3840\ m$: **réponse E**

Exercice 2 Question 2

QCS2.

Quelle est la valeur de la norme des forces de frottement $\left\|\vec{f}\right\|$ (durant la phase 2 et 3) ? *Arrondir à la dizaine de Newton.*

A. $\left\|\vec{f}\right\| = 60\ N$

B. $\left\|\vec{f}\right\| = 140\ N$

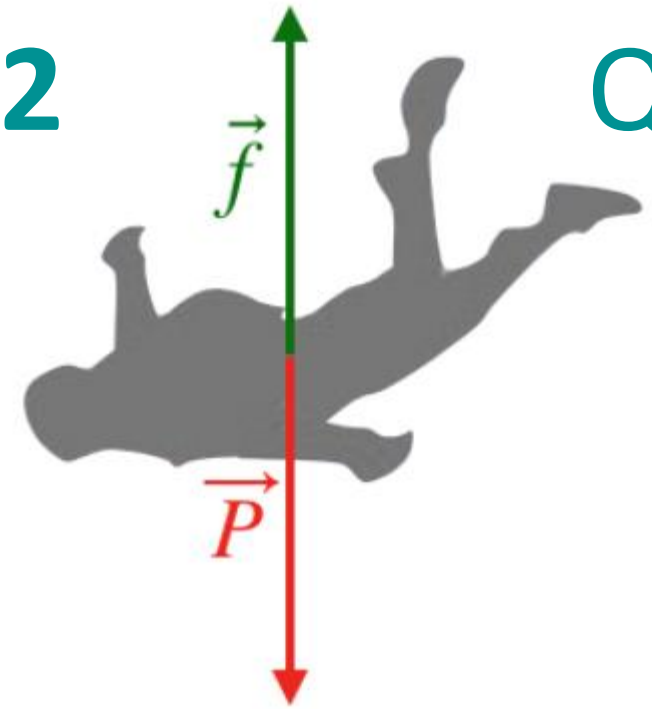
C. $\left\|\vec{f}\right\| = 380\ N$

D. $\left\|\vec{f}\right\| = 540\ N$

E. $\left\|\vec{f}\right\| = 1400\ N$

Exercice 2

Question 2



On commence par faire un bilan des forces : seuls le poids (dirigé vers le bas) et les frottements (dirigés vers le haut) agissent. D'après la 3ème Loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$$

Durant les phases 2 et 3, l'énoncé indique que le mouvement est **uniforme** : la vitesse est constante donc **l'accélération est nulle.** Ainsi :

$$\vec{P} + \vec{f} = \vec{0}$$

Exercice 2 Question 2

Pour retrouver des valeurs numériques, on projette sur l'axe des ordonnées *(forces de frottements positives car dirigées vers le haut et poids négatif car dirigé vers le bas)* :

$$\begin{aligned} -P + f &= 0 \\ \Leftrightarrow f &= P = mg \\ \Leftrightarrow f &= 55 \times 9,8 = 539\ N \end{aligned}$$

En arrondissant à la dizaine, la valeur des forces de f-‘ rottement est de $540\ N$: **réponse D**

Exercice 2 Question 3

QCS3.

Quelle est la valeur du travail des forces de frottement qui agissent sur le parachutiste durant la phase 3 ? *Arrondir à la dizaine de kJ.*

A. $-980\ kJ$

B. $-540\ kJ$

C. $0\ kJ$

D. $860\ kJ$

E. $980\ 000\ kJ$

Exercice 2 Question 3

D'après la définition du travail d'une force :

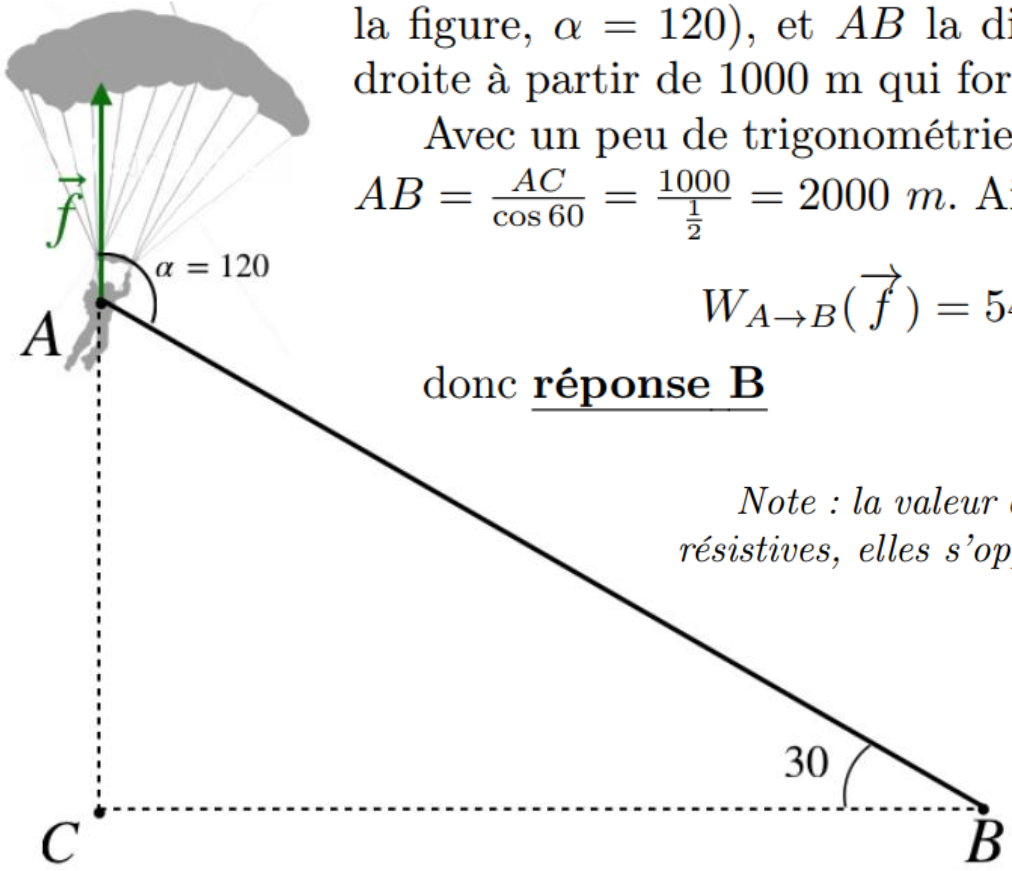
$$W_{A\to B}(\overrightarrow{f}) = \overrightarrow{f} \cdot \overrightarrow{AB} = f \times AB \times \cos\alpha$$

avec α l'angle formé entre la direction des frottements et la trajectoire (d'après la figure, $\alpha = 120$), et AB la distance parcoure durant la phase 3 (une ligne droite à partir de 1000 m qui forme un angle de 30 avec le sol).

Avec un peu de trigonométrie on trouve la valeur de AB : $\cos 60 = \frac{AC}{AB}$ donc $AB = \frac{AC}{\cos 60} = \frac{1000}{\frac{1}{2}} = 2000\ m$. Ainsi :

$$W_{A\to B}(\overrightarrow{f}) = 540 \times 2000 \times \cos 120 = 540\ kJ$$

donc **réponse B**



Note : la valeur du travail est négative, car les forces de frottement sont dites résistives, elles s'opposent au mouvement.

Exercice 2

Question 4

QCS4.

Quelle est la durée du saut (phases 1, 2 et 3) ?

A. t =5 minutes

B. t =5,5 minutes

C. t =6 minutes

D. t =6,5 minutes

E. t =7 minutes

Exercice 2

Question 4

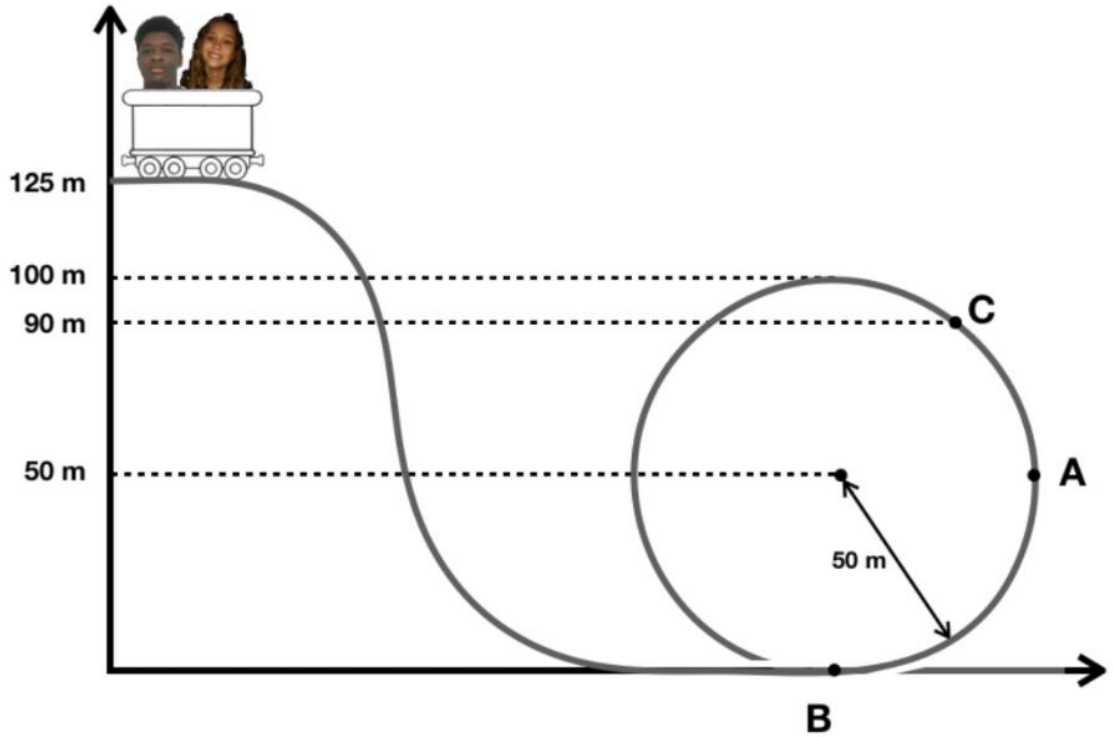
1. On a calculé à la question 1 que le temps nécessaire à atteindre la vitesse maximale était de 5,67 secondes, et la phase 1 se termine lorsque cette vitesse est atteinte
2. A vitesse constante de $55,56\ m.s^{-1}$ entre 3842 et 1000, le parachutiste parcourt 2842 m, donc en utilisant la formule classique $v = \frac{d}{\Delta t}$, on trouve que : $\Delta t = \frac{2842}{55,56} \approx 51,16\ s$
3. De même à vitesse constante de $\frac{30}{3,6} \approx 8,33\ m.s^{-1}$, les 2000 m de la distance AB sont parcourus en $\Delta t = \frac{2000}{8,33} = 240\ s$

Ainsi la durée totale du saut est de $\Delta T = 8,67 + 51,16 + 240 = 300\ s = 5\ min$: **réponse A**

Exercice 3 Question 1

Durant leurs vacances, Hannah et Fabien décident de se rendre dans un parc d'attractions pour tenter de se changer les idées après leurs cours de méca qui leur ont coûté de longs jours de travail.

Dans ce manège, on admet que les objets qui se déplacent ne subissent pas de forces de frottements, ce qui veut dire que le poids et la réaction normale du support sont les seules forces en action. Dans un premier temps, les passagers dans leur wagonnet (l'ensemble de masse $m = 200\ kg$) sont lancés sur les rails depuis une hauteur de 125 mètres, avant d'aborder un looping qui forme un cercle de 50 mètres de diamètre. Ils parcourent ainsi le looping par l'intérieur. *On rappelle que dans un mouvement circulaire, l'accélération vaut* $a = \frac{v^2}{r}$ *et est dirigée vers l'extérieur de la trajectoire.*



Exercice 3 Question 1

QCS1.

On cherche d'abord à déterminer la vitesse au point A v_A. *Arrondir à l'unité.*

A. $v_A = 178\ km.h^{-1}$

B. $v_A = 138\ km.h^{-1}$

C. $v_A = 86\ km.h^{-1}$

D. $v_A = 49\ km.h^{-1}$

E. $v_A = 38\ km.h^{-1}$

Exercice 3 Question 1

Comme on précise qu'on néglige les frottements, et que l'on demande de calculer une vitesse, il faut systématiquement penser à une formule qui fait apparaître la vitesse : **la conservation de l'énergie mécanique en tout point du looping :**

On applique cette conservation de l'énergie mécanique entre le point A qui nous intéresse, et un point dont on connaît toutes les caractéristiques, par exemple, le point de départ D :

- **En D :** La vitesse est nulle donc l'énergie cinétique est nulle, la hauteur vaut $h = 125\ m$, donc :

$$E_m = E_p = 125mg$$

- **En B :** La vitesse vaut v_A (ce que l'on cherche), la hauteur vaut 50 donc :

$$E_m = \frac{1}{2}mv_A^2 + 50mg$$

Exercice 3 Question 1

En appliquant la conservation de l'énergie mécanique, on égalise :

$$
\begin{aligned}
125mg &= \frac{1}{2}mv_A^2 + 50mg \\
\Leftrightarrow \frac{1}{2}v_A^2 &= 75g \\
\Leftrightarrow v_A &= \sqrt{150g} \\
&\approx 38,3\ m.s^{-1} \\
&\approx 38,3 \times 3,6\ km.h^{-1} \\
&\approx 138\ km.h^{-1}
\end{aligned}
$$

C'est donc la **réponse B**

*Note : attention à **toujours** vérifier les unités. Les unités du systèmes international sont le mètre, le kilogramme, la seconde.*

Exercice 3 Question 2

QCS2.

A présent, **on souhaite trouver le travail du poids, entre le point A et la fin du looping en B.** *Arrondir à la dizaine de kilojoules kJ*

A. $W_{A\to B}(\overrightarrow{P}) = 50\ kJ$

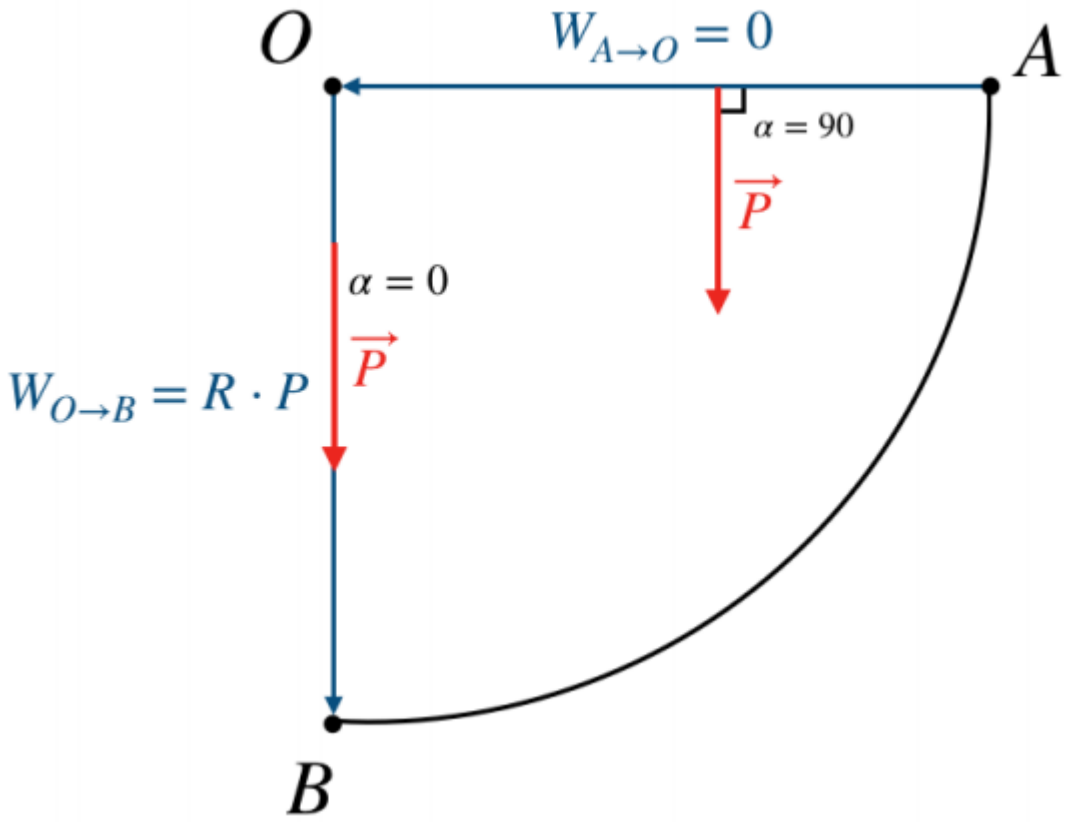
B. $W_{A\to B}(\overrightarrow{P}) = 60\ kJ$

C. $W_{A\to B}(\overrightarrow{P}) = 70\ kJ$

D. $W_{A\to B}(\overrightarrow{P}) = 80\ kJ$

E. $W_{A\to B}(\overrightarrow{P}) = 100\ kJ$

Exercice 3 Question 2



Pour rappel, $W_{A\to B}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB} = P \times AB \times \cos\alpha$ et le poids est une **force conservative**, ce qui veut dire que **le travail du poids ne dépend pas du chemin suivi.** Ainsi, pour aller de A à B, on peut prendre le looping, ce qui n'est pas pratique pour calculer le produit scalaire de $\vec{P}$ par $\overrightarrow{AB}$.

Exercice 3 Question 2

Pour rappel, $W_{A\to B}(\overrightarrow{P}) = \overrightarrow{P} \cdot \overrightarrow{AB} = P \times AB \times \cos\alpha$ et le poids est une **force conservative**, ce qui veut dire que **le travail du poids ne dépend pas du chemin suivi.** Ainsi, pour aller de A à B, on peut prendre le looping, ce qui n'est pas pratique pour calculer le produit scalaire de $\overrightarrow{P}$ par $\overrightarrow{AB}$. On va donc décomposer le trajet en déplacements rectilignes :

- Un premier de A jusqu'au centre du cercle. L'angle α vaut 90, car le poids est perpendiculaire à la trajectoire.
  Or $\cos 90 = 0$, donc le travail du poids sur cette partie est nul *(On pourra retenir que lorsqu'une force s'exerce perpendiculairement à une trajectoire, son travail est nul.)*
- Un deuxième du centre du cercle jusqu'au point B. L'angle formé avec la trajectoire est de 0, $\cos 0 = 1$, donc le travail du poids de A à B est égal au travail du centre du cercle à B (le rayon R du cercle) :

$$W_{A\to B}(\overrightarrow{P}) = P \times R \times \cos 0 = 9,8 \times 200 \times 50 = 98\ kJ$$

En arrondissant à la dizaine de kJ, on obtient bien la **réponse E**

Exercice 3 Question 3

QCS3.

Pour finir, **quelle est la valeur de la force de réaction normale au support** $\left\|\vec{R}\right\|$ en C ? *(Pour rappel, la force* $\vec{R}$ *est dirigée vers le centre du cercle, puisqu'elle est perpendiculaire au rail). Arrondir à la dizaine.*

A. Cette configuration est impossible : la norme de la réaction serait négative, donc le wagonnet ne peut pas atteindre le point C.

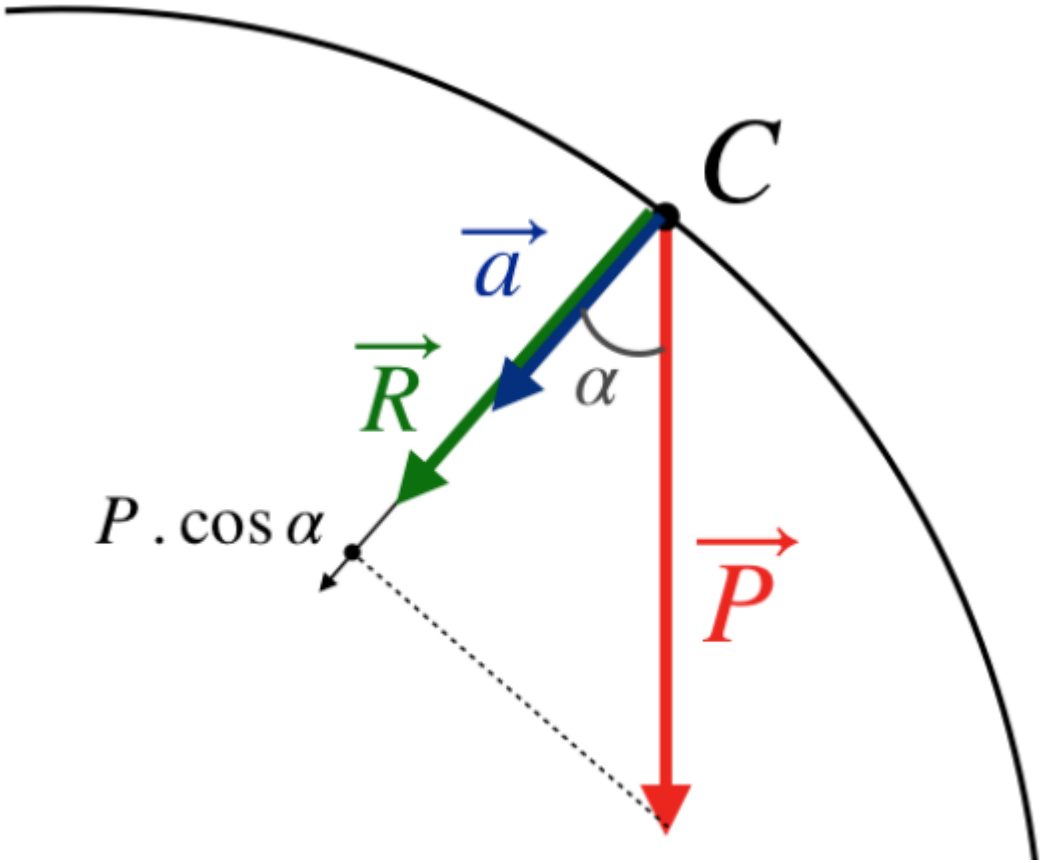
B. $\left\|\vec{R}\right\| = 690\ N$

C. $\left\|\vec{R}\right\| = 820\ N$

D. $\left\|\vec{R}\right\| = 980\ N$

E. $\left\|\vec{R}\right\| = 1180\ N$

Exercice 3 Question 3



Comme à chaque fois qu'on demande de calculer la valeur d'une force on commence par faire un bilan des forces pour ensuite les projeter dans un même plan.

Exercice 3 Question 3

Comme à chaque fois qu'on demande de calculer la valeur d'une force on commence par faire un bilan des forces pour ensuite les projeter dans un même plan.

L'énoncé précise que les frottements sont négligés, donc seuls le poids et la réaction normale du support $\vec{R}$ *(dirigée vers le centre au point C. Elle pointe, depuis le sol vers l'objet, donc ici vers le bas)* agissent. D'après la 3ème loi de Newton :

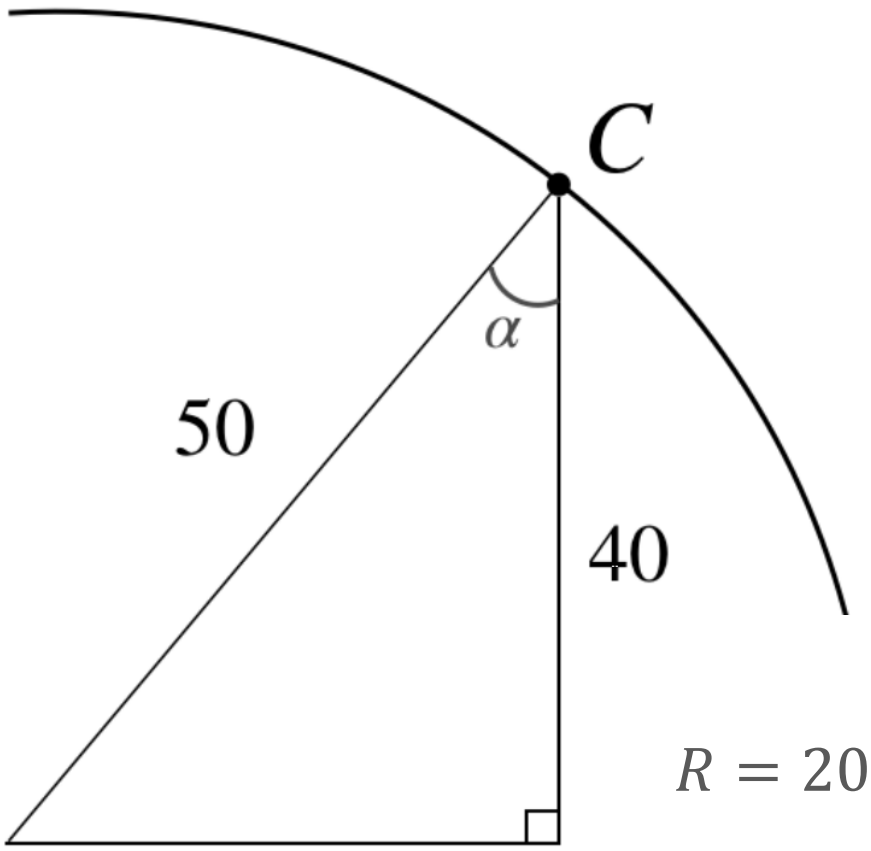
$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

De plus l'énoncé précise qu'on est dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme, donc, l'accélération est dirigée vers le centre du looping et a comme valeur $a = \frac{v_C^2}{r}$ (r le rayon du cercle, à ne pas confondre avec la résistance R). On projette maintenant sur un axe qui a la direcition de $\vec{R}$:

$$R + P \cdot \cos\alpha = \frac{v_C^2}{r} \Leftrightarrow R = m\frac{v_C^2}{r} - P\cos\alpha$$

Exercice 3 Question 3

Avec $\cos\alpha = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypothénuse}} = \frac{40}{50}$. Pour v_c, on se sert de la conservation de l'énergie mécanique, entre C et A :



$$\Leftrightarrow E_m(A) = E_m(C)$$
$$\Leftrightarrow E_p(A) + E_k(A) = E_p(C) + E_k(C)$$
$$\Leftrightarrow 125mg = 90mg + \frac{1}{2}mv_C^2$$
$$\Leftrightarrow v_C = \sqrt{70g}$$

Donc :

$$R = 200 \times \frac{70 \times 9{,}8}{50} - 200 \times 9{,}8 \times \frac{40}{50} = 1176 \text{ N}$$

Réponse E

Exercice 1 Question 1

On considère une force de coordonnées suivantes :

$$\vec{F} = \left(\frac{8x}{y} + \frac{2}{x^3}\right)\vec{e_x} + \left(-\frac{4x^2}{y^2} - \frac{1}{y}\right)\vec{e_y}$$

De quelle **énergie potentielle** cette force dérive-t-elle ?

A. $E_p = \frac{4x^2}{y} - \frac{1}{x^2} - \ln y$

B. $E_p = \frac{8x^2}{y} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}$

C. $E_p = -\frac{8x^2}{y} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$

D. $E_p = -\frac{4x^2}{y} + \frac{1}{x^2} + \ln y$

E. Cette force ne peut pas dériver d'une énergie potentielle si on n'est pas en coordonnées cylindriques

Exercice 1

Question 1

Par définition, une force de type $\overrightarrow{F} = F_x\vec{e_x} + F_y\vec{e_y}$ dérivé d'une énergie potentielle E_p si E_p est telle que $\overrightarrow{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}E_p$:

- $-\frac{\partial E_p}{\partial x} = F_x$
- $-\frac{\partial E_p}{\partial y} = F_y$

Avec ∂ la dérivée partielle de l'énergie potentielle par-rapport aux variables x ou y. Pour déterminer E_p, deux méthodes : une rigoureuse, une autre "bourrin" plus facile à comprendre.

Exercice 1 Question 1

Méthode 1 : méthode mathématique

On part de l'expression de la force pour intégrer et retrouver l'énergie potentielle.

$$\begin{cases} -\frac{\partial E_p}{\partial x} = F_x = \frac{8x}{y} + \frac{2}{x^3} \\ -\frac{\partial E_p}{\partial y} = F_y = \frac{-4x^2}{y^2} - \frac{1}{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_p = -\int F_x \, dx = -(\frac{4x^2}{y} - \frac{1}{x^2} + C_y) \\ E_p = -\int F_y \, dy = -(\frac{4x^2}{y} - \ln y + C_x) \end{cases}$$

avec C_x et C_y des constantes qui s'expriment uniquement en fonction de x pour C_x et y pour C_y. On cherche à déterminer C_x, pour avoir l'expression complète de l'énergie potentielle. D'après ce qu'on a vu :

$$E_p = -\int F_y \, dy = -\left(\frac{4x^2}{y} - \ln y + C_x\right) \Rightarrow -\frac{\partial E_p}{\partial x} = -\left(-\frac{8x}{y} - \frac{dC_x}{dx}\right) = \frac{8x}{y} + \frac{2}{x^3} \Rightarrow \frac{dC_x}{dx} = \frac{2}{x^3}$$

Par intégration, on en déduit C_x

$$C_x = \int \frac{2}{x^3} = -\frac{1}{x^2}$$

On injecte l'expression de C_x ce qui donne :

$$E_p = -\frac{4x^2}{y} + \ln y + \frac{1}{x^2}$$

Exercice 1 Question 1

Méthode 2 :

On dérive toutes les réponses, ce qui va un peu plus vite, selon x et y sans oublier le signe $-$. Par exemple pour la bonne réponse :

$$-\frac{\partial E_p}{\partial x} = -\left(-\frac{8x}{y} - \frac{2}{x^3}\right) = \frac{8x}{y} + \frac{2}{x^3}$$

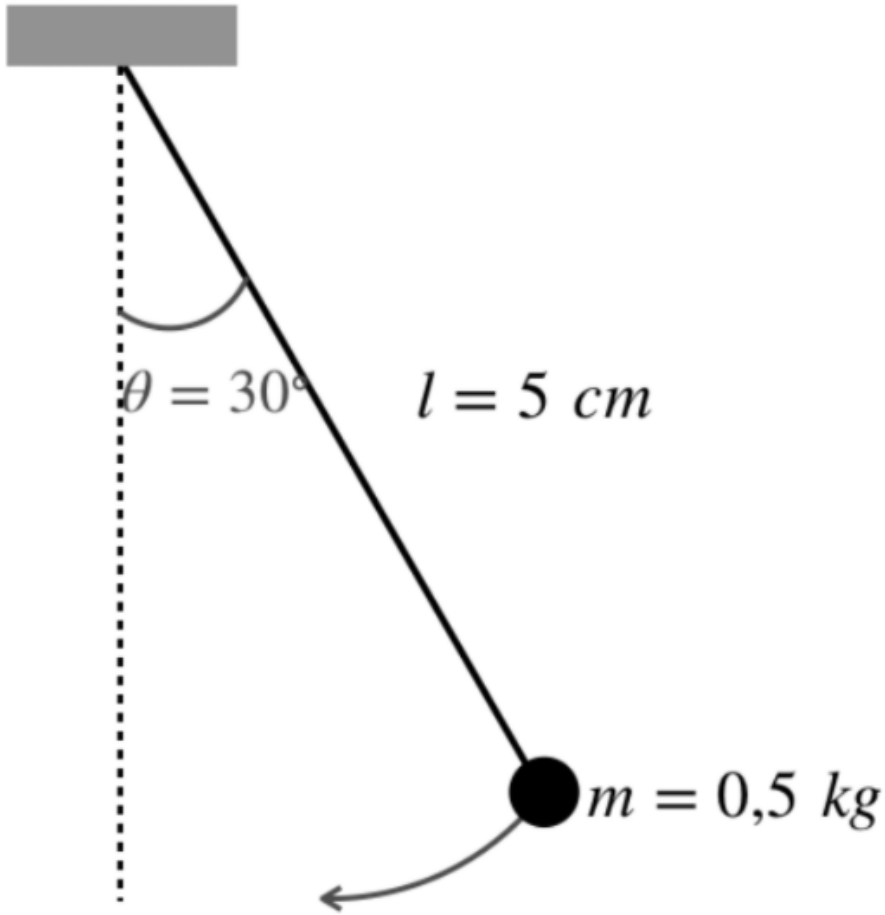
$$-\frac{\partial E_p}{\partial y} = -\left(\frac{4x^2}{y} + \frac{1}{y}\right) = -\frac{4x^2}{y} - \frac{1}{y}$$

On retombe bien sur les valeurs de la force donnée dans l'énoncé.

Exercice 4

Question 1

On s'intéresse à un banal pendule, constitué d'un fil de longueur $l = 5\ cm$ de masse négligeable, auquel est relié un objet de masse $m = 0,5\ kg$. Le tout se balance de droite à gauche autour d'un point fixe, en haut, dans un mouvemet continu car on néglige les forces de frottement (avec l'air et avec point de rotation). Le pendule forme un angle $\theta = 30°$ initialement comme sur la figure, puis on le lache et il se balance :



Exercice 4 Question 1

QCS1.

Quelles sont les coordonnées du poids, dans le référentiel adapté ?

A. $\overrightarrow{P} = mg\cos\theta \cdot \overrightarrow{e_r} - mg\sin\theta \cdot \overrightarrow{e_\theta}$

B. $\overrightarrow{P} = -mg\cos\theta \cdot \overrightarrow{e_r} + mg\sin\theta \cdot \overrightarrow{e_\theta}$

C. $\overrightarrow{P} = mg\sin\theta \cdot \overrightarrow{e_r} - mg\cos\theta \cdot \overrightarrow{e_\theta}$

D. $\overrightarrow{P} = -mg\cos\theta \cdot \overrightarrow{e_r} - mg\sin\theta \cdot \overrightarrow{e_\theta}$

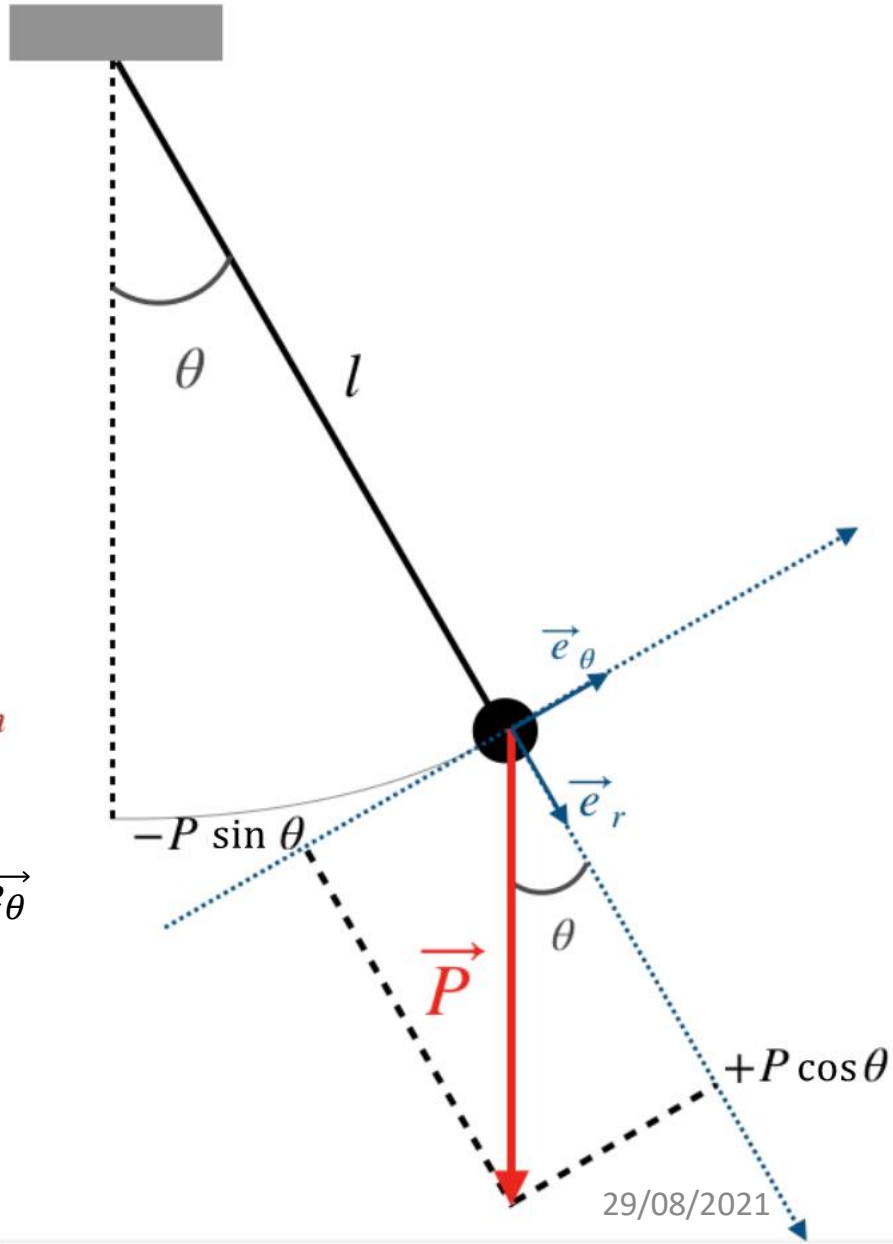
E. $\overrightarrow{P} = -mg\sin\theta \cdot \overrightarrow{e_r} + mg\cos\theta \cdot \overrightarrow{e_\theta}$

Exercice 4

Question 1

Le mouvement d'un pendule est avec la chute libre une des deux applications étudiées cette année. Cet exercice reprend une petite partie de l'étude du pendule.

Le schéma suivant rassemble les informations nécessaires :



Les coordonnées du vecteur $\vec{P}$ se décomposent en une partie selon $\vec{e}_r$ et une selon $\vec{e}_\theta$. D'après la figure on obtient :

$$\vec{P} = P\cos\theta\,\overrightarrow{e_r} - P\sin\theta\;\overrightarrow{e_\theta} = mg\cos\theta\,\overrightarrow{e_r} - mg\sin\theta\;\overrightarrow{e_\theta}$$

De plus, attention aux signes – **Réponse A**

Exercice 4 Question 2

QCS2.

Calculer la vitesse maximale atteinte par la masse.

A. $3,62\ m.s^{-1}$

B. $0,36\ km.h^{-1}$

C. $1,23\ km.h^{-1}$

D. $0,99\ m.s^{-1}$

E. $1,52\ km.h^{-1}$

Exercice 4 Question 2

Avant de commencer les calculs il faut savoir en quel point la vitesse est maximale. En s'imaginant la situation, on décompose le mouvement du pendule en deux phases :

1. d'abord le pendule accélère de A à B
2. puis, il remonte à gauche jusqu'à la même hauteur qu'en A

Et ainsi de suite sans changement, car on néglige les frottements. Le point où la vitesse est maximale est donc le point B.

Calculons la vitesse du pendule en B

Comme dans le cas du looping, lorsque l'on s'intéresse aux vitesses, on pense à la conservation de l'énergie mécanique entre deux points :

Exercice 4 Question 2

Comme dans le cas du looping, lorsque l'on s'intéresse aux vitesses, on pense à la conservation de l'énergie mécanique entre deux points :

- **En A :** La vitesse est nulle, donc $E_c = 0$ et $E_m = E_p(A) = mgh$. La hauteur est indiquée par h sur le schéma. Pour comprendre pourquoi on prend cette hauteur la, il faut comprendre que le point considéré à une hauteur nulle est arbitraire. On le placera donc au niveau du point B, de sorte à ce que la valeur de l'énergie potentielle soit nulle.
  Calculons la valeur de h. par la trigonométrie, on calcule la distance notée h' (telle que $h + h' = l$) : $\cos\theta = \frac{h'}{l}$ donc $h' = l\cos\theta$ et $h = l(1 - \cos\theta)$
- **En B** : La hauteur est nulle donc $E_p = 0$ et $E_m = E_c(B)$

Exercice 4 Question 2

Par conservation de l'énergie mécanique :

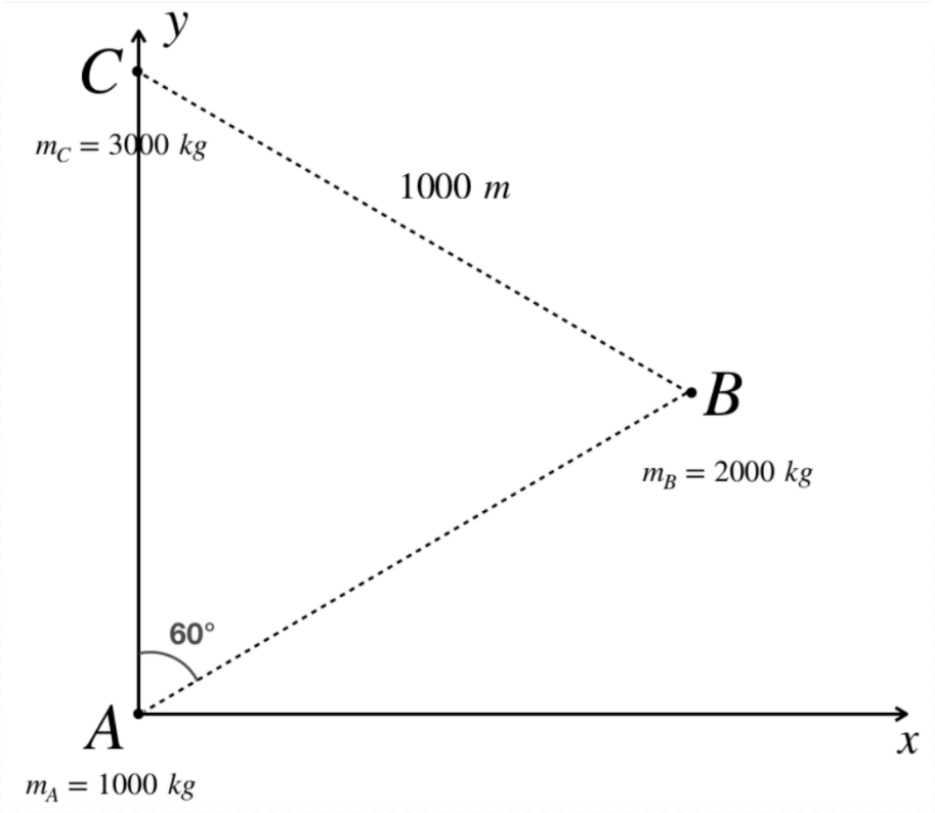
$$
\begin{aligned}
E_p(A) &= E_c(B) \\
\Leftrightarrow mgh &= \frac{1}{2}mv_B^2 \\
\Leftrightarrow v_B &= \sqrt{2gh} \\
&= \sqrt{2gl(1-\cos\theta)} \\
&= \sqrt{2 \times 9,8 \times 0,05 \times (1-\cos 30)} \quad \textbf{Attention à convertir les 5cm en mètres !} \\
&\approx 0,362\ m.s^{-1} \\
&\approx 0,362 \times 3,6\ km.h^{-1} \\
&\approx 1,3\ km.h^{-1}
\end{aligned}
$$

En sélectionnant la valeur la plus proche du résultat, on à la **réponse C**

Exercice 5

Soit un système composé de trois corps répartis aux trois angles d'un triangle équilatéral de côté égal à $1000\ m$. Les corps ont A, B, et C ont pour masse respective 1000, 2000, et $3000\ kg$. On cherche à placer un objet O de masse $m_O = 100\ kg$ entre A, B et C de sorte à ce qu'il soit à l'équilibre (c'est-à-dire, pour les forces d'attraction engendrées par les 3 corps se compensent). On supposera que les forces gravitationnelles sont les seules à agir.

Montrer qu'au point $O(288\ ;\ 316)$, les 3 forces d'attraction gravitationnelle exercées par les 3 corps A, B, C sont égales.



Exercice 5

Pour savoir si les 3 forces sont égales, il suffit de calculer la force engendrée par chaque masse au point O, avec la formule :

$$F = \frac{GmM}{r^2}$$

avec m la masse du satellite et M la masse du corps qui exerce la force. Calculons la valeur de la distance r pour chaque corps *(pour rappel : la distance entre 2 points de coordonnées* (x, y) *et* (x', y') *est donnée par :* $\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$*)*. On a les points de coordonnées :

- $A\ (0, 0)$
- $B\ (866, 500)$: en notant x et y ses coordonnées, par la trigonométrie, on montre que : $\cos 30 = \frac{x}{AB}$ et $\sin 30 = \frac{y}{AB}$, soit $x = 866$ et $y = 500$
- $C\ (0, 1000)$
- $O\ (288, 316)$

Exercice 5

On calcule donc les forces F_A, F_B, F_C exercées par les corps A, B et C :

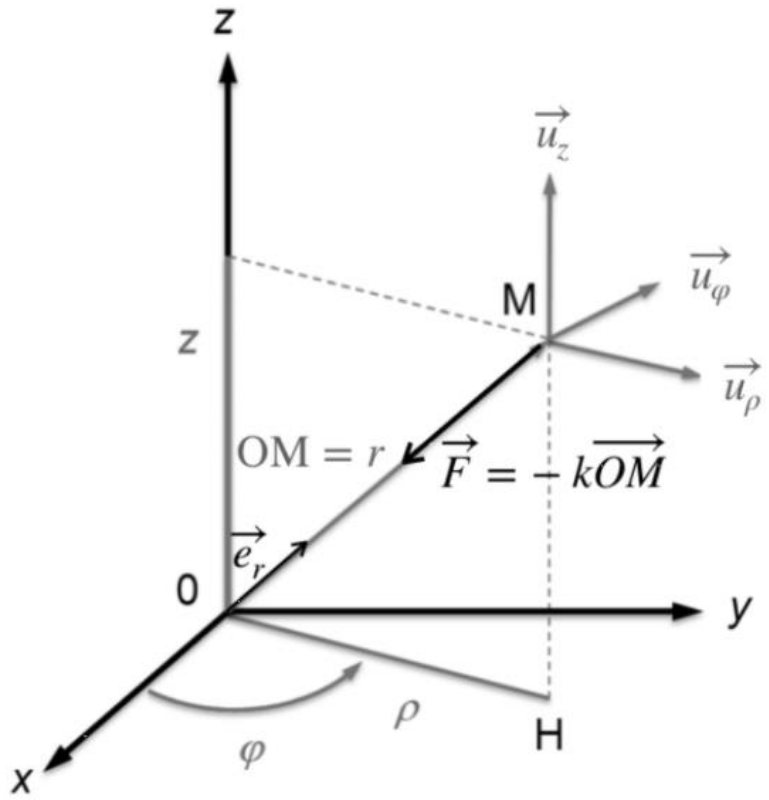
- $F = \frac{GmM_A}{OA^2} = \frac{GmM_A}{288^2+316^2} \approx 3,63 \times 10^{-11}\ N$
- $F = \frac{GmM_B}{OB^2} = \frac{GmM_B}{(866-288)^2+(500-316)^2} \approx 3,63 \times 10^{-11}\ N$
- $F = \frac{GmM_C}{OC^2} = \frac{GmM_C}{288^2+(1000-316)^2} \approx 3,65 \times 10^{-11}\ N$

On en conclut que les 3 forces sont de norme égale, mais dirigés dans différentes directions.

Exercice 6

Question 1

Un point matériel M de masse m est soumis à une seule force, une force centrale $\vec{F} = -k\overrightarrow{OM}$ avec k une constante positive et $\overrightarrow{OM} = r\vec{e_r}$. On note L_0 le moment cinétique de M par-rapport au point O origine du repère cylindrique $(\vec{u_\rho}, \vec{u_\varphi}, \vec{u_z})$. $\vec{v}$ est la vitesse du point matériel. On considère que z et ρ sont constants *(rappel utile pour l'exercice : leurs dérivés sont donc nulles !)* **Quelle est l'expression du moment cinétique L_0 ?**



Exercice 6

Question 1

A. $\overrightarrow{L_0} = \overrightarrow{0}$ par définition d'une force dirigée vers le centre de la trajectoire

B. $\overrightarrow{L_0} = m\rho^2 \frac{d\varphi}{dt} \overrightarrow{e_\rho} + zm\rho \frac{d\varphi}{dt} \overrightarrow{e_z}$

C. $\overrightarrow{L_0} = m\rho^2 \frac{d\varphi}{dt} \overrightarrow{e_z} - zm\rho \frac{d\varphi}{dt} \overrightarrow{e_\rho}$

D. $\overrightarrow{L_0} = m\rho \frac{d\varphi}{dt} \overrightarrow{e_r} + zm\rho^2 \frac{d\varphi}{dt} \overrightarrow{e_\rho}$

E. $\overrightarrow{L_0} = m\rho^2 \frac{d\varphi}{dt} \overrightarrow{e_\rho} - zm\rho \frac{d\varphi}{dt} \overrightarrow{e_\rho}$

Exercice 6 Question 1

On utilise la formule qui nous donne le moment cinétique :

$$\overrightarrow{L_0} = \overrightarrow{OM} \times \overrightarrow{p} = m\overrightarrow{OM} \times \overrightarrow{v}$$

avec $\overrightarrow{p}$ la quantité de mouvement. Comme on est en coordonnées cylindriques, on connaît les coordonnées de la vitesse et du vecteur position $\overrightarrow{OM}$:

$$\overrightarrow{L_0} = m(\rho\overrightarrow{e_\rho} + z\overrightarrow{e_z}) \times (\dot{\rho}\overrightarrow{e_\rho} + \rho\dot{\varphi}\overrightarrow{e_\varphi} + \dot{z}\overrightarrow{e_z}) = m(\rho\overrightarrow{e_\rho} + z\overrightarrow{e_z}) \times (\rho\dot{\varphi}\overrightarrow{e_\varphi})$$

car z et ρ sont constants d'après l'énoncé, donc leur dérivée est nulle. En distribuant les paranthèses, on simplifie :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{L_0} &= m\rho^2\dot{\varphi}\overrightarrow{e_\rho} \times \overrightarrow{e_\varphi} + m\rho z\dot{\varphi}\overrightarrow{e_z} \times \overrightarrow{e_\varphi} \\ &= m\rho^2\dot{\varphi}\overrightarrow{e_z} - m\rho z\dot{\varphi}\overrightarrow{e_\rho}\end{aligned}$$

d'après les propriétés du cours. Aussi, on note que l'ordre est important pour le produit de deux vecteurs : $\overrightarrow{e_A} \times \overrightarrow{e_B} = -\overrightarrow{e_B} \times \overrightarrow{e_A}$. C'est donc la **réponse C**

Exercice 7 Question 1

Exercice 7

La Lune a un mouvement circulaire uniforme autour de la Terre. On donne :

- Le rayon de sa trajectoire : $r = 3.8 \times 10^5\ km$
- Sa période de révolution autour de la Terre : $T = 27.3$ jours
- La masse de la lune : $m_L = 7,3 \times 10^{22}\ kg$

Calculer le moment cinétique de la Lune par rapport au centre de la Terre.

A. $L = 2.8 \times 10^{31}\,\mathrm{kg.m^2.s^{-1}}$

B. $L = 4,8 \times 10^{33}\,\mathrm{kg.m^2.s^{-1}}$

C. $L = 2.8 \times 10^{34}\,\mathrm{kg.m^2.s^{-1}}$

D. $L = 5,6 \times 10^{35}\,\mathrm{kg.m^2.s^{-1}}$

E. $L = 5,6 \times 10^{38}\,\mathrm{kg.m^2.s^{-1}}$

Exercice 7 Question 1

On reprend la formule qui nous donne la norme du moment cinétique, cette fois-ci, sans les vecteurs, car on nous demande une valeur numérique :

$$\left\|\vec{L}\right\| = L = OM \cdot m \cdot v \cdot |\sin\alpha|$$

Avec :

- OM la distance entre la Lune et le centre de rotation (distance Terre-Lune)
- m la masse de l'objet en mouvement (la Lune)
- v la vitesse de l'objet en mouvement (la Lune). Pour la calculer on reprend la formule classique $v = \frac{d}{\Delta t}$. On sait que la période de révolution (=temps pour faire un cercle complet autour de la Terre, de périmètre $d = 2\pi r$) est de T **(attention à le convertir en seconde, car les unités des réponses sont en secondes)**
- $\sin\alpha$ l'angle entre le vecteur de la force et la trajectoire. Or, la vitesse est tangente à la trajectoire, c'est-à-dire que l'angle vaut $\alpha = 90$

Exercice 7 Question 1

$$\left\|\vec{L}\right\| = L = OM \cdot m \cdot v \cdot |\sin\alpha|$$

- OM la distance entre la Lune et le centre de rotation (distance Terre-Lune)
- m la masse de l'objet en mouvement (la Lune)
- v la vitesse de l'objet en mouvement (la Lune). Pour la calculer on reprend la formule classique $v = \frac{d}{\Delta t}$. On sait que la période de révolution (=temps pour faire un cercle complet autour de la Terre, de périmètre $d = 2\pi r$) est de T **(attention à le convertir en seconde, car les unités des réponses sont en secondes)**
- $\sin\alpha$ l'angle entre le vecteur de la force et la trajectoire. Or, la vitesse est tangente à la trajectoire, c'est-à-dire que l'angle vaut $\alpha = 90$

On fait l'application numérique, en convertissant tout en **secondes**, **mètres**, et **kilogrammes** :

$$\begin{aligned} L &= r \cdot m_L \cdot \frac{2\pi r}{T} \cdot \sin 90 \\ &= 3,8.10^8 \times 7,3.10^{22} \times \frac{2\pi.3,8.10^8}{27,3 \times 24 \times 3600} \\ &= 2,8 \times 10^{34}\ \mathrm{kg.m^2.s^{-1}} \end{aligned}$$

réponse C

Merci de votre attention

et bon courage à tous pour cette année !

Un remerciement à tous les BG tuteurs *(Beaux Gauss)* **qui ont contribué à la réalisation de ce SPR**